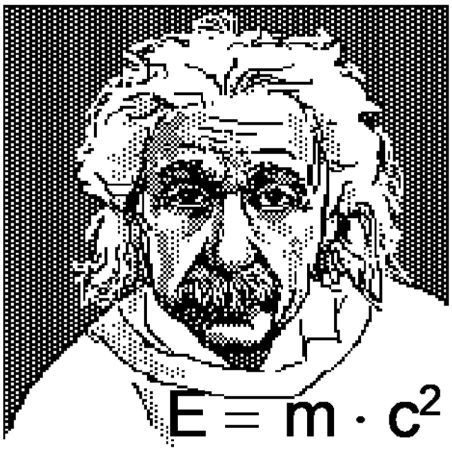
«El que pregunta lo que no sabe es ignorante un día.
El que no lo pregunta será ignorante toda la vida»

2

4°ESO

Mat B



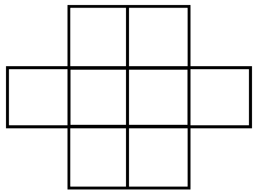
Polinomios y fracciones algebraicas

ÍNDICE:

MENSAJES OCULTOS

DEL 0 AL 7

¿Cómo colocar en los huecos de la figura todas las cifras del 0 al 7 sin que haya dos cifras consecutivas en cualquier dirección: horizontal, vertical o diagonal?



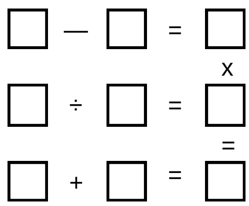
DESCIFRAR

Cada letra representa una cifra diferente del 0 al 9. Encuéntralas para que sea cierta la suma:

$$\begin{array}{r} G\,O\,T\,A \\ G\,O\,T\,A \\ G\,O\,T\,A \\ G\,O\,T\,A \\ \underline{+\,G\,O\,T\,A} \\ A\,G\,U\,A \end{array}$$

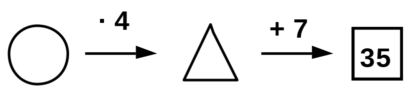
DEL 1 AL 9

Rellenar los huecos con las cifras que van del 1 al 9 utilizándolas una sola vez y de tal manera que las operaciones indicadas sean correctas.

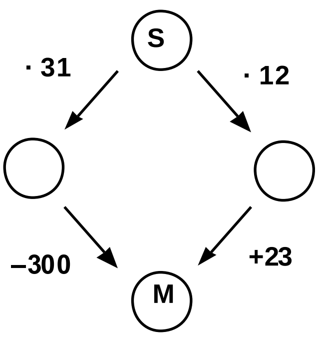


NÚMERO DE PARTIDA

¿Qué número se encuentra al principio del itinerario para que el resultado final sea 35?



¿Qué número debes poner en la salida(S) para que a la meta(M) llegue el mismo número por los dos caminos?



0. EL LENGUAJE SIMBÓLICO O ALGEBRAICO

El objetivo de este tema es aprender a operar con expresiones variables que es lo que nos encontramos en las fórmulas y las ecuaciones.

La expresión variable más sencilla que tenga una estructura matemática son los polinomios.

1. POLINOMIOS. OPERACIONES

Las expresiones algebraicas que hemos utilizado para las ecuaciones y las fórmulas reciben el nombre de polinomios.

MONOMIO

Es la unidad elemental de una expresión algebraica; es decir, que contenga letras. Por ejemplo, $5\,x^3$.

Consta de

$$5 \cdot x^3$$

Coeficiente | Potencia de la variable

Al exponente de la variable se le llama **grado del monomio**:

Monomio	Coeficiente	Grado
$-7x^4$		
x^5		
13		

SUMA Y RESTA DE MONOMIOS DE IGUAL GRADO

$5x^3 + 7x^3 = 12x^3$

$-3x^2 - 8x^2 =$

$-3x^4 + 8x^4 =$

PRODUCTO Y COCIENTE DE MONOMIOS

$2x^3 \cdot 5x^5 = 2 \cdot 5 \cdot x^3 \cdot x^5 = 10x^8$

$x^5 \cdot (-3x) =$

$-3x^3 \cdot 4x^6 =$

$\dfrac{8x^6}{2x^3} = \dfrac{8}{2}x^{6-3} = 4x^3$

$\dfrac{12x^7}{3x^3}$

$\dfrac{10x^5}{6x}$

BINOMIO

Es la suma de dos monomios de diferente grado. Por ejemplo: $5x^3 + 2x^2$

Se llama grado de un binomio al grado máximo que tenga.

En el caso anterior se trata de un binomio de grado 3.

Completa la tabla inventándote un binomio del grado que se indica:

Grado 5		Grado 3	
Grado 1		Grado 2	

POLINOMIO

En general un polinomio es el que resulta de la adición de varios monomios.

Es una expresión que contiene términos de distinto orden. Por ejemplo, el polinomio que me da la posición de un móvil depende de su posición inicial, la velocidad inicial y la aceleración.

Recordar la propiedad conmutativa que no cambia con el orden de los sumandos.

Un polinomio es un número variable o ecuación. Por lo tanto, veremos cómo ampliar las operaciones de los números a los polinomios. Es decir, suma, resta, producto, división, descomposición, MCD y mcm, fracciones con su suma, resta….

Por ejemplo,

$4x^3 + 2x^2 - 7x + 2$

Se llama grado del polinomio al mayor de los grados que contiene.

En el caso anterior: $4x^3 + 2x^2 - 7x + 2$, el grado es 3

Completa la tabla para el polinomio anterior: $4x^3 + 2x^2 - 7x + 2$

Coeficiente del término de grado 3	Coeficiente del término de grado 2	Coeficiente del término de grado 1	Coeficiente del término de grado 0

OPERACIONES CON POLINOMIOS

SUMA

Para sumar dos polinomios se suman términos semejantes.

$(3x^4 + 5x^3 - 2x + 3) + (2x^3 - 6x^2 + 5x - 3) =$

Restar es sumar el opuesto:

$(3x^4 + 5x^3 - 2x + 3) - (2x^3 - 6x^2 + 5x - 3) =$

PRODUCTO DE UN NUMERO POR UN POLINOMIO

Se aplica la propiedad distributiva multiplicando el número por cada uno de los términos del polinomio:

$-3 \cdot \left(2x^3 - 5x^2 - 2x + 1\right) =$

FACTOR COMÚN

<u>Distributiva</u>

Para multiplicar por una suma se procede así:

$$x \cdot (5 + x) = 5 \cdot x + x \cdot x = 5x + x^2$$

Es decir, se multiplica por cada uno de los sumandos.

Así se quitan los paréntesis.

Factor común

Al proceso inverso se le llama sacar factor común:

$5x + x^2 = 5 \cdot x + x \cdot x = x \cdot (5 + x)$.

Así se pondrían los paréntesis.

$$a \cdot (b + c) = \quad \underset{\longleftarrow \text{ sacar factor común } —}{\xrightarrow{\text{distributiva}}} \quad = a \cdot b + a \cdot c$$

Ejemplo.–

Aplica la distributiva; es decir, quita el paréntesis:

$2x^2 \cdot (2x + 3) =$

Ahora saca factor común:

$ab + 5a + a^2 = a($

$3b + 6ab - 9b =$

MULTIPLICACIÓN

Para multiplicar hay que multiplicar término a término:

$2x^2 \cdot (3x^4 + 5x^3 - 2x + 3) =$

Más difícil:

$(2x^2 - 3x)^3(3x^4 + 5x^3 - 2x + 3) =$

Si multiplico un polinomio de grado *n* por otro de grado *m* el resultado es de grado *n* + *m*

DIVISIÓN EUCLÍDEA

División euclídea: $13 = 5 \cdot 2 + 3$

$$\begin{array}{r|l} 13 & 5 \\ \hline 3 & 2 \end{array}$$

$D = d \cdot c + r$

Dividendo es igual a divisor por cociente más resto.

Con los polinomios la división que se utiliza es la euclídea. Es decir, esta última:

Ej:

$$3x^4 - 7x^3 - 5x^2 + 9x - 5 \quad | \underline{x^2 - 3x + 2}$$

En los polinomios como dependen de la variable *x* se pone así:

$D(x) = d(x) \cdot c(x) + r(x)$

Completa pues la tabla siguiente para la división anterior:

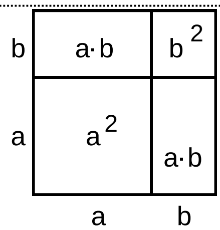
Dividendo	D(x) =
Divisor	d(x) =
Cociente	c(x) =
Resto	r(x) =

Por tanto según lo anterior quedaría:

$3x^4 - 7x^3 \quad - 5x^2 \quad + \quad 9x \quad - \quad 5 \ =$

Ejercicio.– Haz la siguiente división: $-3x^4 + 8x^3 - 6x^2 + 8 : -x^2 + x$

IDENTIDADES NOTABLES

• $(a + b)^2 = a^2 + 2 \cdot a \cdot b + b^2$ Por ejemplo, $(5 + b)^2 = 5^2 + 2 \cdot 5 \cdot b + b^2 =$	
• $(a - b)^2 = a^2 - 2 \cdot a \cdot b + b^2$ Por ejemplo, $(3 - x)^2 =$	
• $(a + b) \cdot (a - b) = a^2 - b^2$ Por ejemplo, $(2 + b) \cdot (2 - b) =$	

2. REGLA DE RUFFINI

Es un método abreviado de división.
Pero sirve **sólo** para dividir un polinomio entre x – a.
Es decir, entre x – 3; x – 7; x ; x + 5 = x –(–5)
¿Cuánto vale *a* en cada caso?

Caso	x – 3	x – 7	x	x + 5	x + 2
Valor de *a*					

Vamos a aplicar la regla al siguiente caso:

$(2x^3 - 6x^2 - 5x - 2) : (x - 4)$

Completa pues la tabla siguiente para la división anterior:

Dividendo: D(x) =	**Divisor:** d(x) =
Resto: r(x) =	**Cociente:** c(x) =

Si falta algún término del polinomio es que su coeficiente es **0**. Como es lógico también hay que ponerlo:

Dividir: $x^3 + 7x^2 - 6 : x + 2$

3. RAÍZ DE UN POLINOMIO. BÚSQUEDA DE RAÍCES

No hay que confundir un polinomio con una ecuación.

Un **polinomio** es…	Una **ecuación** es…
• $x^2 + x - 2$	• $x^2 + x - 2 = 0$
• Expresión variable. • Toma infinitos valores según *x*.	• Igualdad con incógnitas. • Sólo toma ciertos valores que son sus soluciones.
• Para x = 2 vale 4 • Para x = 0 vale • Para x = 1 vale	• Sólo tiene dos soluciones o valores posibles que son: x = y x =

Todo polinomio tiene una ecuación asociada. A las soluciones de la ecuación se les llama **ceros o raíces del polinomio.**

Polinomio	**Ecuación asociada**	**Raíces o ceros (Soluciones ecuación)**
$x^2 + x - 2$		
$x^2 - 5x + 6$		
3x+6		

TEOREMA DEL RESTO:

El valor de un polinomio en x=a y el resto de la división entre x-a coinciden. Es decir, que si un número «a» es raíz de un polinomio entonces «x – a» lo descompone.

Por ejemplo,

3 es una raíz de $x^2 - 5x + 6$: $3^2 - 5 \cdot 3 + 6 = 9 - 15 + 6 = 0$

Si dividimos $x^2 - 5x + 6 : x - 3$

resulta: $x^2 - 5x + 6 = (x - 3) \cdot (x - 2)$

Es decir, la factoriza.

Por tanto, para factorizar un polinomio lo primero que tenemos que hacer es buscar sus raíces o soluciones.

4. FACTORIZACIÓN DE POLINOMIOS

Factorizar un polinomio es expresarlo como producto de polinomios.

Por ejemplo, $x^2 - 5x + 6 = (x - 3)(x - 2)$

¿Cómo se factoriza un polinomio?

Al igual que para las números naturales encontrando divisores. Es decir, polinomios que al hacer la división den de resto 0.

Para conseguirlo utilizaremos la regla de Ruffini, buscando polinomios de grado 1 que me den de resto 0 para que lo descomponga.

$x^2 - 5x + 6$	$x^2 + x - 2$

$x^2 + 8x + 7$	$x^2 + 2x + 2$

Hay una regla para saber con que números enteros hay que probar. Para buscar las raíces lo haremos entre los divisores del término independiente.

En el caso del polinomio

$P(x) = x^4 + 2x^3 - 7x^2 - 8x + 12$

±1, ±2, ±3, ±4, ±6, ±12 son las posibles raíces.

En el segundo: $x^3 + x^2 - 5x + 3$

±1, ±3 son las posibles raíces enteras.

Vamos a descomponerlos:

$P(x) = x^4 + 2x^3 - 7x^2 - 8x + 12$:	$x^3 + x^2 - 5x + 3$:

Si no tienen término independiente *x* es un factor directo:

$x^3 - 2x^2 + x = x \cdot (x^2 - 2x + 1)$	$x^3 + 3x^2 - x - 3$

A los polinomios que no se pueden descomponer se les llama irreducibles.
Estos son los de grado 1 y los de grado 2 que no tienen raíces.
Por ejemplo, indica si son irreducibles y por qué:

Polinomio	**Irreducible**	**¿Por qué?**
$3x + 6$		
$x^2 - 5x + 6$		
$x^3 + 3x^2 - 4x - 12$		
$x^2 + x + 1$		

La descomposición factorial de un polinomio está relacionada con sus raíces de la siguiente manera. Por ejemplo, aquí tenemos un polinomio desarrollado y su descomposición factorial. ¿Cuáles son sus raíces o valores que lo anulan?

$x^2 - 5x + 6 = (x - 3)(x - 2) = 0.$

¿Cuáles son las soluciones de esta ecuación?

Pero atención, este procedimiento sólo me da las raíces enteras de un polinomio. Es decir, que no sirve para encontrar raíces racionales o irracionales.

$3x^2 + x - 2$ tiene una raíz racional. Descomponerlo:	$x^2 - 5$ tiene raíces irracionales. Descomponerlo.

El polinomio $x^4 + 1 = \left(x^2 - \sqrt{2}x + 1\right)\left(x^2 + \sqrt{2}x + 1\right)$ no tiene raíces reales pero sí se puede descomponer. Esta descomposición es posible gracias a los números complejos.

5. DIVISIBILIDAD DE POLINOMIOS

MÚLTIPLOS Y DIVISORES

P(x) es múltiplo de Q(x) si P(x)=Q(x)·R(x)
Q(x) se dice divisor de P(x).
Es una relación recíproca. Como la de padre e hijo.

POLINOMIOS IRREDUCIBLES

El que no se puede descomponer en polinomios de grado inferior.

DESCOMPOSICIÓN EN FACTORES. FACTORIZACIÓN

MÁXIMO COMÚN DIVISOR Y MÍNIMO COMÚN MÚLTIPLO

MCD es ***un*** polinomio de que divide a ambos polinomios y de grado máximo.
mcm es ***un*** polinomio múltiplo de ambos y de grado mínimo.
Son únicos salvo un factor numérico.

6. FRACCIONES ALGEBRAICAS

Son fracciones de polinomios. Por ejemplo, $\frac{x^2 + 2x + 1}{x + 1}$
Escribe el valor que toma la fracción algebraica para los valores indicados:

Fracción	x = 0	x = 1	x = 2
$\frac{x^2 + 2x + 1}{x + 1}$	$\frac{0^2 + 2 \cdot 0 + 1}{0 + 1} = \frac{1}{1} = 1$		
$\frac{2x^2 - x}{x^2 + x + 1}$			

SIMPLIFICACIÓN DE UNA FRACCIÓN

Se puede **simplificar una fracción algebraica** descomponiendo el numerador y el denominador y eliminando los factores comunes. Como con las fracciones numéricas:

$$\frac{x^2+8x+7}{x^2+x} = \frac{(x+7)(x+1)}{x(x+1)} =$$

Dos fracciones algebraicas son equivalentes si una se puede obtener por simplificación de la otra.

OPERACIONES CON FRACCIONES ALGEBRAICAS

Con las fracciones algebraicas se opera como con las fracciones de números enteros.

Para sumar y restar primero hay que reducir a común denominador

$$\frac{x+7}{x} + \frac{2x-1}{x+1} = \frac{(x+7)(x+1)}{x(x+1)} + \frac{(2x-1)x}{(x+1)x} = \frac{(x^2+8x+7)+(2x^2-x)}{x^2+x} =$$

Para multiplicar:

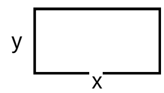
$$\frac{x+7}{x} \cdot \frac{2x-1}{x+1} = \frac{(x+7)(2x-1)}{x(x+1)}$$

Para dividir:

$$\frac{x+7}{x} : \frac{2x-1}{x+1} =$$

EJERCICIOS. POLINOMIOS Y FRACCIONES ALGEBRAICAS

1. Si x es la base de un rectángulo e y la altura escribe en lenguaje algebraico las siguientes frases:



a) La base es igual al doble de la altura.
b) La base supera en 5 unidades a la altura.
c) La altura es 2/5 de la base.
d) El área del rectángulo es 50 cm2
e) La base y la altura se diferencian en 10 unidades

2. Escribe en lenguaje simbólico las siguientes ecuaciones:

a) La suma de 3 números consecutivos es 18
b) Un padre (y) tiene el doble de edad que su hijo (x)
c) Entre Juan (x), Antonio (y) y Manolo (z) suman 15000 Pts.

3. Plantea la ecuación:

a) Si resto 5 a un número me queda 13
b) Un compañero piensa un número, lo triplica, a lo que da le resta 7 y el resultado es 5

4. ¿Para x = –1 cuál es el valor de la siguiente expresión algebraica? $2x^4 - 6x^2 + 3x - 2$

5. ¿Cuál es el valor para a = 2 y b =0 de la siguiente expresión algebraica? $\dfrac{a^2 + 7b - 6}{b^3 - 2ab + a^3}$

6. Sacar factor común en las siguientes expresiones:

$$a/\ 14m^2 - 7m^3n \qquad b/\ m(x-2) - (x-2) \qquad c/\ 3x^2 + 3y + ax^2 + ay$$

7. • Despeja la incógnita indicada en las siguientes ecuaciones o fórmulas:

$$a)\ m = \frac{a+b}{2} \qquad b)\ F = \frac{9 \cdot C + 160}{5} \qquad c)\ y = \frac{2x+6}{3}$$

despeja b *despeja C* *despeja x*

8. Desarrolla los siguientes polinomios:

a) (x–3) · (x+5)
b) 3 · (x+1) · x
c) (x+2) · (2x–4)
d) x · (5x–3)

9. Saca factor común en los siguientes polinomios: $a)\ x^2 - 3x \qquad b)\ 2x^2 + x \quad c)\ 3x^2 + 5x$

10. Efectúa en línea: $(6x^3 + 5x^2 - 4).(2x^2 - 3x + 7)$

11. Efectúa: $(x^4 + 2x^3 - x^2 - 3x + 2) \cdot (3x^2 - 5x + 1)$

12. Desarrollar la siguiente potencia: $(2x + 3)^4$

Sean polinomios de abajo. Efectuar las siguientes operaciones indicadas:

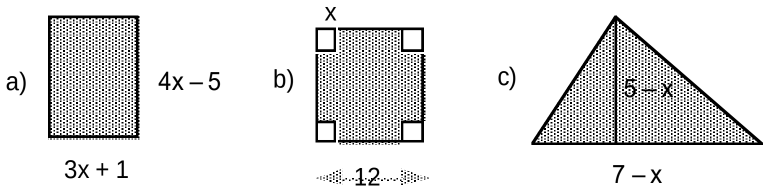
$$P(x) = 2x^3 - 6x^2 - 3x + 7 \qquad Q(x) = -x^4 - 5x^3 + 8x - 5$$

a) P(x) – Q(x); b) 3P(x)+2Q(x)

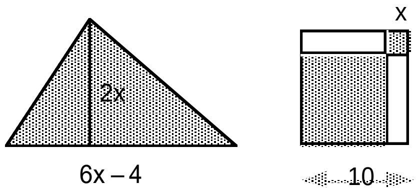
13. Calcula los polinomios siguientes:

a) (x–1) · (x+3) · x $b)\ (x+2)^2(x-1)$

14. Calcula el área sombreada de las figuras siguientes:



15. Calcula el área sombreada de las figuras siguientes:



16. Efectúa el cuadrado: $a)\ (-2+x)^2$ $b)\ (a-3)^2$ $c)\ (-1-y)^2$

17. Efectúa: $a)\ (-2+x)(-2-x)$ $b)\ (a-3)(a+3)$ $c)\ (-1-y)(-1-y)$

18. Sacar factor común en:

a) 5a + 5b +25

b) 3 + 81x –27x^2

c) abc – 3ab + 3ac

19. Saca factor común: $a)\ 3a^2-9a$; $b)\ x^2-x$; $c)\ 26x-39$; $d)\ 3b^2-b$

20. Sacar factor común y simplificar: $\dfrac{a^2.b+a.b.c}{a.b.c^2}$

21. Cuánto vale el cociente C(x) y el resto R(x) de la siguiente división? Comprueba el resultado.

$$(x^4+5x^3+x^2-13x+6):(x^2+3x-2)$$

22. Halla un polinomio que al ser dividido entre x^3-4x+2 se obtenga de cociente x^2+2x-3 y de resto 5x + 4.

23. Hallar el cociente y el resto de la división. $x^5-5x^4+2x-1:x-2$ Comprueba el resultado.

24. Calcula "a" para que el resto de la división sea 8. $3x^5-4x^4+2x^3+a:x+2$

25. Efectúa: $3x^4+15x^3+11x^2+12x+1:x^2+5x+3$

26. Hallar el cociente y el resto de la división comprobando que está bien: $2x^5+3x^3+8 \quad | \underline{x^2+2x}$

27. Escribe un polinomio que tenga de raíces: –1, 5 y 0. Primero puedes hallar la expresión factorial y después obtener la general.

28. Polinomio que tenga de raíces: $\frac{2}{3}$ y 1

29. Factoriza y comprueba el resultado: $x^3+x^2-37x+35$

30. Factoriza el polinomio y comprueba el resultado: $3x^3-3x^2-6x$

31. Simplifica: $\dfrac{x^3-x}{3x^3+9x^2-3x-9}$

32. Simplifica la fracción: $\dfrac{x^3+x^2-5x+3}{x^3+2x^2-3x}$

33. Simplifica: $\dfrac{x^3-5x^2-2x+24}{x^3+5x^2-4x-20}$

34. Simplifica las siguientes fracciones algebraicas: $a)\dfrac{x^2-x}{x^4-x^2} \quad b)\dfrac{x^2+3x-10}{x^3-4x}$

35. Calcula y simplifica: $\dfrac{x}{x+3}\cdot\dfrac{x^2-9}{x^2}$

36. Calcula y simplifica: $\dfrac{x^3}{x-2}:\dfrac{x^2}{x^2-2x}$

37. Calcula y simplifica: $\dfrac{x}{x+1}-\dfrac{x-2}{x^2+x}$

38. Calcula y simplifica al máximo los resultados: $\dfrac{3}{x-1}+\dfrac{4}{x^2-1}$

39. Calcula y simplifica al máximo los resultados: $x-\dfrac{x^2}{x-1}+\dfrac{x}{x+1}$

40. Hallar el inverso de: x^2-3x

41. Hallar el inverso de: $\dfrac{x+7}{x^3-3x^2}$

42. Binomio de Newton. Desarrollar el siguiente binomio: $(-2x-3)^5$

43. Desarrolla el siguiente binomio: $(-3x+2)^3$

$$= \binom{3}{0}(-3x)^3 + \binom{3}{1}(-3x)^2\cdot 2 + \binom{3}{2}\cdot(-3x)\cdot 2^2 + \binom{3}{3}\cdot 2^3 =$$

$$= -27x^3 + 3\cdot 9x^2\cdot 2 + 3\cdot(-3x)\cdot 4 + 8 =$$

$$= \boxed{-27x^3 + 54x^2 - 36x + 8}$$

44. Desarrolla el siguiente binomio: $(2x+3)^4$

4. Desarrolla el siguiente binomio: $(2x+3)^4 =$

$$= \binom{4}{0}(2x)^4 + \binom{4}{1}(2x)^3\cdot 3 + \binom{4}{2}(2x)^2\cdot 3^2 + \binom{4}{3}\, 2x\cdot 3^3 + \binom{4}{4}\cdot 3^4 =$$

$$= 1\cdot 16x^4 + 4\cdot 8x^3\cdot 3 + 6\cdot 4x^2\cdot 9 + 4\cdot 2x\cdot 27 + 81 =$$

$$= 16x^4 + 96x^3 + 216x^2 + 216x + 81$$

45. Descomponer un polinomio. Descomponer el polinomio siguiente en factores irreducibles:

$$3x^3 - 3x^2 - 6x$$

46. Binomio de Newton. Desarrollar el siguiente binomio: $(a-b)^5$

47. Descomponer un polinomio. Descomponer el polinomio siguiente en factores irreducibles:

$$P(x) = 2x^3 + 3x^2 - 8x + 3$$

48. Binomio de Newton. Desarrollar el siguiente binomio: $(-2x-3)^5$

49. Desarrolla el binomio: $(2-3x)^5$

50. Descomponer un polinomio. Descomponer el polinomio siguiente en factores irreducibles:

$$3x^3 - 3x^2 - 6x$$

51. Efectuar la siguiente potencia del binomio: $(x-2x^2)^5$

52. Halla el valor de k para que el polinomio $P(x) = x^4 + 2x^2 + kx + 3$ sea divisible por x + 3.

53. Descomponer el siguiente polinomio en factores irreducibles: $x^3 - 2x^2 - 5x + 6$

54. Simplifica las siguientes fracciones algebraicas: $a)\dfrac{x^2 - x}{x^4 - x^2}$ $\quad b)\dfrac{x^2 + 3x - 10}{x^3 - 4x}$

a) $\frac{x^2-x}{x^4-x^2}=\frac{x\cdot(x-1)}{x^2(x^2-1)}=\frac{\cancel{x}\cdot\cancel{(x-1)}}{x^{\cancel{2}}\cancel{(x-1)}(x+1)}=\frac{1}{x(x+1)}$

b) $\frac{x^2+3x-10}{x^3-4x}=\frac{(x-2)(x+5)}{x(x^2-4)}=\frac{\cancel{(x-2)}(x+5)}{x\cancel{(x-2)}(x+2)}=\frac{x+5}{x(x+2)}$

	1	3	−10
2		2	10
	1	5	0
−5		−5	
	1	0	

55. Efectúa la siguiente operación: $\left(\frac{2}{x+2}+\frac{3}{x^2-4}\right):\left(4+\frac{12}{x-2}\right)$

56. Efectúa la operación siguiente y simplifica el resultado: $\left(\frac{x}{x-3}-\frac{x-1}{x^2-9}\right)\frac{1}{x+1}$

$x^2-9=(x-3)(x+3)$

$\left(\frac{x\cdot(x+3)}{(x-3)(x+3)}-\frac{x-1}{(x-3)(x+3)}\right)\cdot\frac{1}{x+1}=\frac{x^2+3x-x+1}{(x-3)(x+3)}\cdot\frac{1}{x+1}=$

$\frac{x^2+2x+1}{(x-3)(x+3)}\cdot\frac{1}{x+1}=\frac{x^2+2x+1}{(x-3)(x+3)(x+1)}=\frac{(x+1)^{\cancel{2}}}{(x-3)(x+3)\cancel{(x+1)}}=\frac{x+1}{(x-3)(x+3)}$

57. Hallar el M.C.D. y el m.c.m. de los polinomios siguientes: $P(x)=x^3-4x;\ Q(x)=x^3+2x^2$

$P(x)=x^3-4x=x\cdot(x^2-4)=x(x-2)(x+2)$

$Q(x)=x^3+2x^2=x^2\cdot(x+2)$

$M.C.D.=x\cdot(x+2)=\boxed{x^2+2x.}$

$m.c.m.=\boxed{x^2(x-2)(x+2)}$

4. Desarrolla el binomio utilizando la fórmula de Newton: $(2x+x^2)^4 =$

$$= \binom{4}{0}(2x)^4 + \binom{4}{1}(2x)^3 \cdot x^2 + \binom{4}{2}(2x)^2 \cdot (x^2)^2 + \binom{4}{3}2x(x^2)^3 + \binom{4}{4}(x^2)^4 =$$

$$= 16x^4 + 4 \cdot 8 \cdot x^3 \cdot x^2 + 6 \cdot 4x^2 \cdot x^4 + 4 \cdot 2x \cdot x^6 + x^8 =$$

$$= 16x^4 + 32x^5 + 24x^6 + 8x^7 + x^8$$

5. Factoriza el polinomio: $x^4 - 3x^2 + 2x =$

$$= x(x^3 - 3x + 2) = x \cdot (x-1)^2 (x+2)$$

	1	0	-3	2
1		1	1	-2
	1	1	-2	$\boxed{0}$
1		1	2	
	1	2	$\boxed{0}$	
-2		-2		
	1	0		

4. Halla un polinomio que al ser dividido entre $x^3 - 4x + 2$ se obtenga de cociente $x^2 + 2x - 3$ y de resto 5x + 4.

$$D = d \cdot c + r$$

$$P(x) = (x^3 - 4x + 2) \cdot (x^2 + 2x - 3) + (5x + 4) =$$

$$= (x^5 + 2x^4 - 3x^3 - 4x^3 - 8x^2 + 12x + 2x^2 + 4x - 6) + (5x + 4) =$$

$$= \boxed{x^5 + 2x^4 - 7x^3 - 6x^2 + 21x - 2}$$